

1 Piezas de un polinomio

$$P(x) = 4x^3 - 2x^2 + x - 7$$

- **Grado:** mayor exponente $\rightarrow 3$
- **Coef. principal:** el de $x^3 \rightarrow 4$
- **Término independiente:** -7 (es $P(0)$)
- **Ordenado y completo:** de mayor a menor grado, con 0 donde falte un grado.

1 Valor numérico y raíz

Sustituye la x entre paréntesis y calcula.

$$P(x) = x^2 - 3x + 2 \rightarrow P(-2) = (-2)^2 - 3(-2) + 2 = 12$$

Si $P(a) = 0$, entonces a es una **raíz** de P .

$$(-2)^2 = 4, \text{ no } -4.$$

2 Suma y resta

Solo se juntan **términos semejantes** (misma letra y exponente). Se suman los coeficientes; el exponente no cambia.

Restar = sumar el opuesto: cambian los signos de TODOS los términos.

$$(5x^2 + 3x - 2) - (2x^2 - x + 4) = 3x^2 + 4x - 6$$

3 Multiplicación

- Signos: $++=+$, $--=+$, $+-=-$.
- Coeficientes: se multiplican.
- Exponentes: **se suman** $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$.
- Cada término por cada término (tabla). Grado del producto = suma de grados.

$$(x+3)(x-2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$$

4 Identidades notables

$(a+b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b)$	$a^2 - b^2$
$(a+b)^3$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a-b)^3$	$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Pasos: marca a y $b \rightarrow$ sustituye entre paréntesis $\rightarrow$ calcula.

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2 \text{ (falta } 2ab\text{)}.$$

2 Errores que más cuestan puntos

- **Restar y cambiar solo el primer signo.**
- **Sumar exponentes al sumar:** $3x^2 + 5x^2 = 8x^2$.
- **Olvidar los productos cruzados:** $(x+3)(x-2) \neq x^2 - 6$.
- **Último término de $(a-b)^2$ negativo.**
- **Comprobar con un número: sustituye $x=1$ en el enunciado y en tu resultado.**

5 División

$D(x) = d(x) \cdot c(x) + r(x)$ y grado de $r < \text{grado de } d$.

1. **Divide** los primeros términos.
2. **Multiplica** por todo el divisor.
3. **Resta** (cambia signos).
4. **Repite** hasta grado(resto) < grado(divisor).

Completa con 0 los grados que falten.

$$6x^3 + x^2 - 10x + 4 \div (2x + 3) \rightarrow c = 3x^2 - 4x + 1, r = 1$$

6 Regla de Ruffini

Para dividir entre $x-a$. **a es el opuesto**: $x+3 \rightarrow a=-3$.

Baja · multiplica por a · suma.

	1	-4	1	6
2		2	-4	-6
	1	-2	-3	0

Cociente $x^2 - 2x - 3$ (un grado menos), resto 0.

7 Teoremas del resto y del factor

- Resto de $P(x) \div (x-a) = P(a)$.
- $P(a)=0 \Leftrightarrow a$ raíz $\Leftrightarrow (x-a)$ factor $\Leftrightarrow$ división exacta.
- Raíces enteras candidatas: **divisores del término independiente** ($\pm$).

Si $P(-5)=0$, el factor es $(x+5)$.

Parámetro: impón $P(a)=0$ y despeja.

8 Factorizar: orden de trabajo

1. **Factor común.**
2. **Identidades** (diferencia de cuadrados, cuadrado perfecto).
3. **Ruffini** con raíces candidatas; repite con el cociente.
4. **Segundo grado**: fórmula.

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1)(x-2)(x-3)$$

Al terminar, **multiplica** los factores para comprobar.

8 Ecuación de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$b^2 - 4ac$	Raíces reales
> 0	dos
$= 0$	una doble
< 0	ninguna

Se factoriza $a(x-x_1)(x-x_2)$.

5 Antes de entregar

- Comprueba $D = d \cdot c + r$.
- El grado del resultado, ¿tiene sentido?
- Signos: revisa cada resta.
- ¿Escribiste los 0 de los grados que faltan?
- ¿Se puede factorizar algo más?